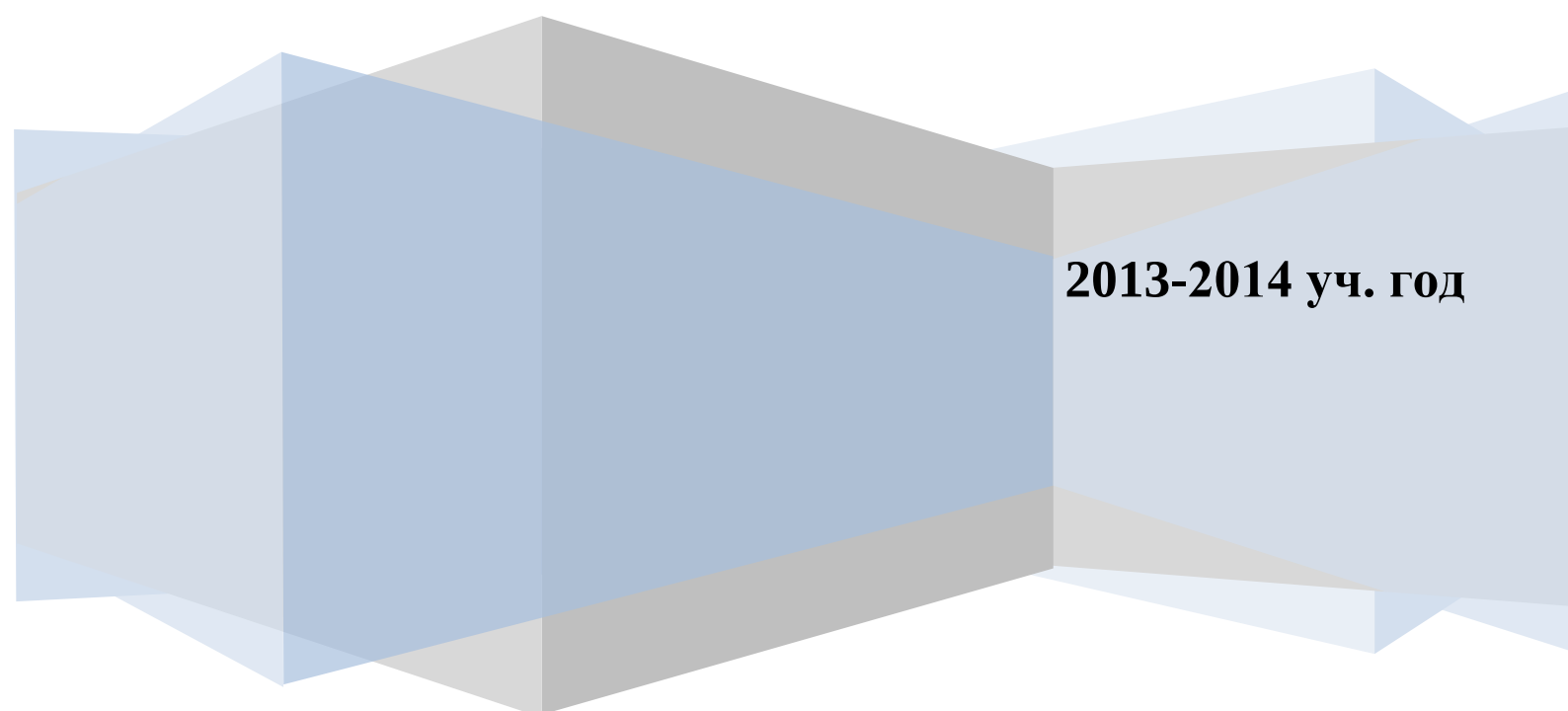


МБОУ Красноватрасская СОШ

Исследовательская работа по математике «Лист Мёбиуса»

Выполнила ученица 5 класса Скачкова Анастасия
Руководитель Е.В.Пяденкова



2013-2014 уч. год

Содержание :

Глава	Содержание	Страница
Введение		2
Глава 1.	Топология	3
Глава 2.	Ученый Мёбиус	4
Глава 3.	Исследование листа Мёбиуса.	5
Глава 4.	Использование листа Мёбиуса в науке, технике, искусстве.	9
Выводы		12
Использованные источники		13

Введение

С того момента, как немецкий математик Август Фердинанд Мёбиус (1790-1868) обнаружил существование удивительного одностороннего листа бумаги, начала развиваться целая новая ветвь математики, называемая топологией. Топология в основном изучает поверхности тел, и она находит математическое родство между предметами, которые, казалось бы, никак между собой не связаны. Рассмотрим, например, гайку, макаронину и кружку. Что между ними общего?



Гипотеза:

Можно предположить, что они изображены на одном рисунке потому, что у всех предметов есть отверстие, хотя во всех остальных отношениях они совершенно различны.

Меня очень заинтересовала эта тема. Я решила углубить свои познания в этой области. Причем выяснилось, что никто из моих одноклассников и друзей с областью математики, называемой топология, не знаком. Одним из любопытнейших объектов топологии является лист Мёбиуса.

Цель моей работы:

Исследовать лист Мебиуса как один из объектов топологии.

Мною были поставлены задачи:

1. Собрать всевозможную информацию о листе Мебиуса;
2. Исследовать опытным путем свойства листа Мебиуса;
3. Показать применение ленты Мёбиуса в жизни.

Глава 1. Топология

Тополо́гия (от др.-греч. τόπος — место и λόγος — слово, учение) — раздел математики, изучающий в самом общем виде явление непрерывности, в частности свойства пространства, которые остаются неизменными при непрерывных деформациях, например, связность, ориентируемость. В отличие от геометрии, в топологии не рассматриваются метрические свойства объектов (например, расстояние между парой точек). Например, с точки зрения топологии, кружка и бублик неотличимы.

Весьма важными для топологии являются понятия гомеоморфизма и гомотопии. Проще говоря, это типы деформации, происходящие без разрывов и склеиваний. При топологических преобразованиях разрешается растягивать и изгибать, но не разрешается ломать и рвать.

Когда топология еще только зарождалась (XVIII—XIX века), её называли геометрией размещения (лат. geometriasitus) или анализ размещения (лат. analysissitus). Приблизительно с 1925 по 1975 годы топология являлась сильно развивающейся отраслью в математике.

Лист Мёбиуса (лента Мёбиуса, петля Мёбиуса) — топологический объект, простейшая неориентируемая поверхность с краем, односторонняя при вложении в обычное трёхмерное Евклидово пространство $\mathbb{R}^3$. Попасть из одной точки этой поверхности в любую другую можно, не пересекая края.





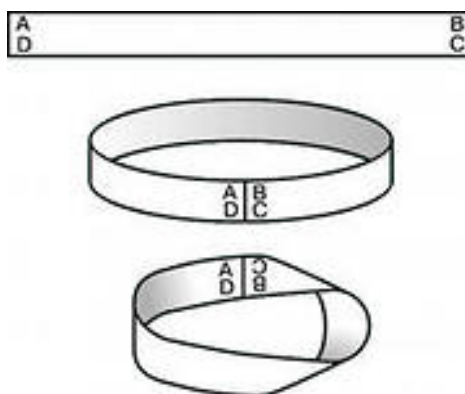
Глава 2. Учёный Мёбиус

Август Фердинанд Мёбиус (1790-1868) — немецкий математик и астроном-теоретик. Имеет труды по геометрии. В 1858 году Август установил существование односторонних поверхностей и в связи с этим стал знаменит как изобретатель листа Мёбиуса (ленты Мёбиуса), простейшей не ориентируемой двумерной поверхности с краем, допускающей вложение в трёхмерное Евклидово пространство. Это геометрическое явление было открыто почти одновременно, но независимо друг от друга, двумя немецкими учеными: Августом Фердинандом Мёбиусом и Иоганном Бенедиктом Листингом (1858г.).

Как же сделать ленту Мёбиуса? Сам математик изготовил её из листа бумаги, она оказалась первой известной человечеству односторонней поверхностью. До той поры считалось, что невозможно попасть из одной точки данной поверхности, не пересекая её края, в любую другую.

Глава 3. Исследование листа Мёбиуса

Во-первых, как сделать лист Мёбиуса? Удобнее всего использовать полоски бумаги шириной 3 см и длиной 30 см. Прежде всего склеим два кольца - одно простое и одно перекрученное.



Эти поверхности, конечно, очень похожи; но что получится, если мы попробуем провести непрерывную линию по одной из сторон кольца? Если проведем такую линию на не перекрученном кольце, то линия будет нарисована только на одной стороне поверхности.



Если начать проводить линию на перекрученном кольце, то она пройдет по обеим сторонам и попадет в ту же точку, хотя карандаш не отрывался от бумаги.



Такая поверхность и называется листом Мёбиуса.

Продолжим исследовать лист Мёбиуса. Интересно посмотреть, что будет после разрезания разных поверхностей.

Результаты своих исследований я занесла в таблицу:

Число полуоборотов	Результат одного разреза пополам , вдоль	Графическое изображение
0 (кольцо)	2 (кольца)	
1 (лист Мёбиуса)	Двухсторонняя поверхность, вдвое длиннее	
2 (не лист Мёбиуса)	Две двухсторонних поверхности закольцованы	

Продолжая исследовать лист Мёбиуса, интересно провести еще несколько экспериментов.

1 эксперимент. Полоса с прорезью.

Попробуем прорезать в полосе щель и продеть сквозь нее один конец полосы:



А теперь попробуем продолжить разрез вдоль всей ленты. Получилось так:

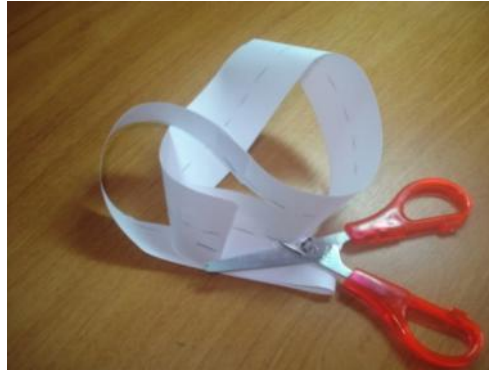


Эта поверхность не лист Мёбиуса, она вообще двухсторонняя.

2 эксперимент. Несколько разрезов.

Для этого исследования удобнее использовать более широкие полосы – примерно 5 см.

Что получим, если разрезать лист Мёбиуса вдоль, отступив от края на $\frac{1}{3}$?



И вот что получилось:



Закольцованы: маленький лист Мёбиуса и большая двухсторонняя поверхность.

3 эксперимент.

Зацепим лист Мёбиуса и простое кольцо и разрежем каждое звено этой цепочки по средней линии вдоль.



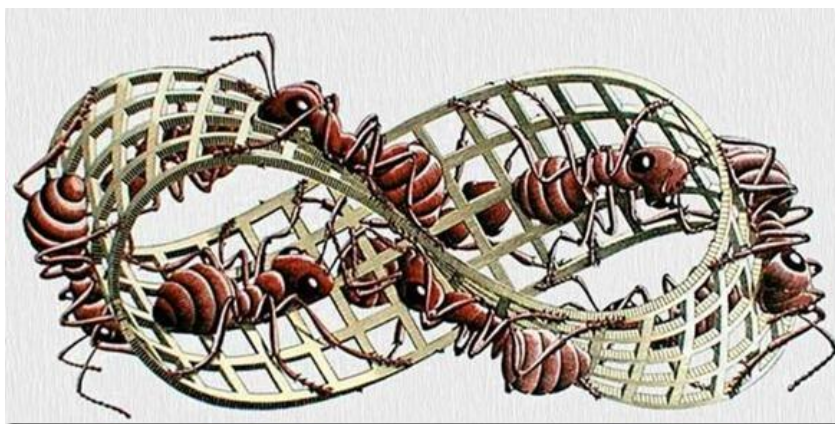
Получится лента с двумя полуоборотами. И за эту ленту зацеплены два кольца, каждое из которых в два раза уже исходного.





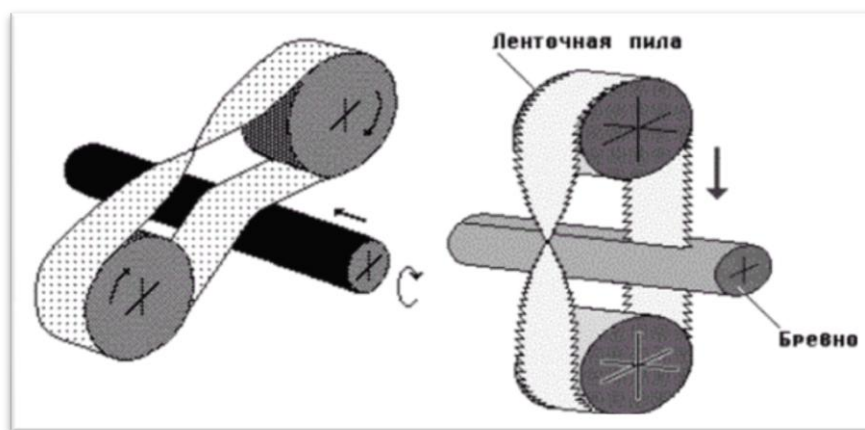
Глава 4. Использование листа Мёбиуса в науке, технике, искусстве

Лист Мёбиуса служил вдохновением для скульптур и графического искусства. М.К.Эшер был одним из художников, кто особенно любил его и посвятил несколько своих литографий этому математическому объекту. Одна из известных — лист Мёбиуса показывает муравьёв, ползающих по поверхности ленты Мёбиуса

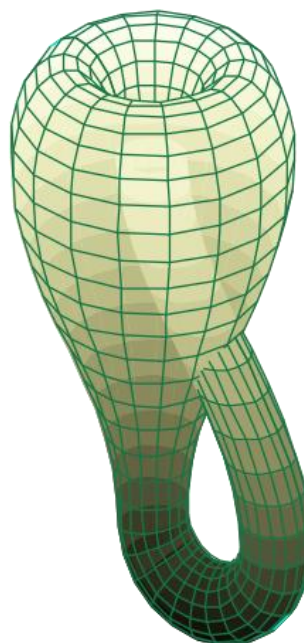


В рассказе "лист Мёбиуса" автора А.Дж. Дейча, Бостонское метро строит новую линию, маршрут которой становится настолько запутанным, что превращается в ленту Мёбиуса, после чего на этой линии начинают исчезать поезда.

Существуют технические применения ленты Мёбиуса. Полосу ленточного конвейера можно выполнить в виде ленты Мёбиуса, что позволит ему работать дольше, потому что вся поверхность ленты будет равномерно изнашиваться. Также в системе записи на непрерывную плёнку применялись ленты Мёбиуса (чтобы удвоить время записи).



Близким "странным" геометрическим объектом является бутылка Клейна (определённая не ориентируемая поверхность). У бутылки Клейна нет краев. Изначально это была математическая модель, которую в 1882 году применил немецкий математик Клейн. Ее внутренняя поверхность одновременно является и внешней, и наоборот.



Использование листа Мёбиуса в архитектуре поразило мое воображение:



Памятник ленте
Мёбиуса в Минске
был открыт 22
января 2009 года к
восемидесятилетию
му юбилею
Национальной
академии наук
Беларуси.



Грандиозная
библиотека в
Казахстане

А на этой фотографии лопасти кулинарного миксера. Установлено, что если лопасти кондитерского миксера выполнить в виде ленты Мёбиуса, то качество кондитерского крема улучшится, а энергозатраты сократятся на 20%. То же самое относится к лопастям бетономешалки.



Выводы

В результате выполнения работы, я приобрела многие новые знания, нашла их применение в жизни. А именно:

1. Узнала раздел математики, который называется топология.
2. Узнала, что есть разные поверхности, в том числе лист Мёбиуса.
3. Исследовала свойства листа Мёбиуса.
4. Выяснила, как лист Мёбиуса используется в жизни.
5. Подтвердилась моя гипотеза о том, что некоторые тела (например, гайка, кружка и макаронина) являются объектами раздела математики – топологии. С точки зрения топологии они схожи между собой.
6. Благодаря моей защите этой работы на школьной научно - практической конференции «Я открываю мир» (результат- «Приз зрительских симпатий») мои одноклассники, друзья и другие учащиеся школы узнали новый раздел математики и особенно один из интереснейших его объектов - лист Мёбиуса.

Использованные источники

Н.Лэнгдон, Ч.Снейп «С математикой в путь», М., Педагогика, 1987

http://ru.wikipedia.org/wiki/%CB%E5%ED%E2%E0_%CC%B8%E1%E8%E3%E1%E0

<http://ru.wikipedia.org/wiki/%CC%B8%E1%E8%E3%E1>

http://ru.wikipedia.org/wiki/%C1%E3%E2%FB%EB%EA%E0_%CA%EB%E5%E9%ED%E0

http://gazeta.aif.ru/_/online/aif/1420/bel12_01